COLEGIUL NAŢIONAL
„VASILE LUCACIU”
BAIA MARE

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Concursul “PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”
ediţia a XIV-a, Baia Mare, 16 noiembrie 2019
CLASA a V-a

Subiectul 1.

Determinaţi numărul natural $\overline{abcd}$ ştiind că

$$2222 \cdot a + 222 \cdot b + 22 \cdot c + d = 4475$$

Subiectul 2.

Se consideră șirul de numere naturale 2,3,6,8,8,4,2,………… cu 2019 termeni , unde fiecare termen, începând de la al treilea, reprezintă ultima cifră a produsului celor doi termeni anteriori (de exemplu al treilea termen este $6 = u(2 \cdot 3)$, al patrulea termen este $8 = u(6 \cdot 3)$, etc.). Notăm cu S_1 suma tuturor cifrelor de 8 care apar în șir și cu S_2 suma tuturor cifrelor diferite de 8 care apar în șir.

a) Determinați termenul din mijloc și ultimul termen al șirului.

b) Calculați $S_1 - S_2$.

Subiectul 3.

Determinați numărul $\overline{abc}$, care îndeplinește simultan condițiile:

a) numărul împărțit la suma cifrelor sale dă câtul 53 și restul 10;

b) dacă schimbăm între ele cifra zecilor cu cifra unităților obținem un număr cu 27 mai mic decât el;

c) cifra sutelor este egală cu suma celorlalte cifre.

(Supliment G.M. nr.9/2019)

Notă:

1) Timp de lucru 2 h.

2) Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

Baia Mare, str. Culturii, nr. 2, cod poştal 430282
Telefon şi fax: 0262211943, mobil secretariat: 0730123630
Cod fiscal 3825932, e-mail: lucaciu@lucaciu.multinet.ro

Concursul “PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”
ediţia a XIV-a, Baia Mare, 16 noiembrie 2019
BAREM DE CORECTARE CLASA A V-A

Subiectul 1.

Determinaţi numărul natural $\overline{abcd}$ știind că

$$2222 \cdot a + 222 \cdot b + 22 \cdot c + d = 4475$$

Soluție:

Observăm că $a \geq 1$ și $a < 3$..........**1p**

$222 \cdot b + 22 \cdot c + d \leq 222 \cdot 9 + 22 \cdot 9 + 9 = 2205$ **2p**

I. $a = 1 \Rightarrow 222 \cdot b + 22 \cdot c + d = 4475 - 2222 = 2253$ nu convine **1p**

II. $a = 2 \Rightarrow 222 \cdot b + 22 \cdot c + d = 4475 - 4444 = 31$ **1p**

$\Rightarrow b = 0, c = 1, d = 9$ **2p**

Subiectul 2.

Se consideră șirul de numere naturale 2,3,6,8,8,4,2,………… cu 2019 termeni , unde fiecare termen, începând de la al treilea, reprezintă ultima cifră a produsului celor doi termeni anteriori (de exemplu al treilea termen este $6 = u(2 \cdot 3)$, al patrulea termen este $8 = u(6 \cdot 3)$, etc.). Notăm cu S_1 suma tuturor cifrelor de 8 care apar în șir și cu S_2 suma tuturor cifrelor diferite de 8 care apar în șir.

a) Determinați termenul din mijloc și ultimul termen al șirului.

b) Calculați $S_1 - S_2$.

Soluție:

a) scriem mai mulți termeni ai șirului $2,3,\underbrace{6,8,8,4,2,8},\underbrace{6,8,8,4,2,8},\underbrace{6,8,8,4,2,8},6$ și observăm că grupul de 6 cifre 6,8,8,4,2,8 se repetă începând de la al treilea termen al șirului **1p**

Termenul din mijloc este al 1010-lea..........**1p**

Împărțim $(1010 - 2)$ la 6 și aflăm câtul 168 și restul 0, deci, începând de la al treilea termen al șirului, grupul de 6 cifre se va repeta de 168 de ori și ajungem la al 1010-lea termen al șirului care este ultima cifră din a 168-a grupă, adică 8..........**1p**

Împărțim $(2019 - 2)$ la 6 și aflăm câtul 336 și restul 1 . Deci, începând de la al treilea termen al șirului, grupul de 6 cifre se va repeta de 336 de ori și ajungem la penultimul termen al șirului, ultimul termen fiind prima cifră din a 337 grupă, adică 6 ....**1p**

b) În fiecare grupă sunt 3 cifre de 8, sunt 336 de grupe, iar în afara grupelor nu avem cifre de 8, deci $S_1 = 336 \cdot 3 \cdot 8 = 8064$ **1p**

În fiecare grupă suma cifrelor diferite de 8 este 12, sunt 336 de grupe, iar în afara grupelor avem cifrele 2, 3 (primii doi termeni) și 6 (ultimul termen), deci

$S_2 = 336 \cdot 12 + 11 = 4043$ **1p**

$\Rightarrow S_1 - S_2 = 8064 - 4043 = 4021$ **1p**

Subiectul 3.

Determinați numărul $\overline{abc}$, care îndeplinește simultan condițiile:

a) numărul împărțit la suma cifrelor sale dă câtul 53 și restul 10;

b) dacă schimbăm între ele cifra zecilor cu cifra unităților obținem un număr cu 27 mai mic decât el;

c) cifra sutelor este egală cu suma celorlalte cifre.

(Supliment G.M. nr.9/2019)

Soluție: Din prima condiție obținem

$\overline{abc} = (a+b+c)\cdot 53 + 10 \Rightarrow 100a + 10b + c = 53a + 53b + 53c + 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow 47a = 43b + 52c + 10$ **2p**

Din a doua condiție obținem

$\overline{abc} = \overline{acb} + 27 \Rightarrow 100a + 10b + c = 100a + 10c + b + 27 \Rightarrow 9b = 9c + 27 \Rightarrow$

$b = c + 3$ **2p**

Din a treia condiție obținem $a = b + c \Rightarrow a = 2c + 3$ **1p**

Înlocuind în prima relație obținem

$47(2c+3) = 43(c+3) + 52c + 10 \Rightarrow c = 2$ **1p**

$\Rightarrow b = 5 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow \overline{abc} = 752$ **1p**

COLEGIUL NAȚIONAL VASILE LUCACIU

Baia Mare, str. Culturii, nr. 2, cod poştal 430282
Telefon şi fax: 0262211943, mobil secretariat: 0730123630
Cod fiscal 3825932, e-mail: lucaciu@lucaciu.multinet.ro